

2014학년도 모의논술 문제

수학 1

다음 <제시문 1> ~ <제시문 4>를 읽고 [수학 1-i] ~ [수학 1-iv]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

제시문 1

함수 $f(x)$ 가 실수 a 에 대하여 다음 조건을 만족하면 함수 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 연속이라고 한다.

- (1) $x=a$ 에서 정의되어 있고
- (2) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재하며
- (3) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ 이다.

제시문 2

함수 $y=f(x)$ 에서 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ 가 존재하면 함수 $y=f(x)$ 는 $x=a$ 에서 미분가능하다고 하고,

이 극한값을 함수 $y=f(x)$ 의 $x=a$ 에서의 미분계수라 하며, 기호로 $f'(a)$ 와 같이 나타낸다.

제시문 3

함수 $y=f(x)$ 가 정의역 X 에서 미분가능하면 정의역에 속하는 모든 x 에 대하여 미분계수 $f'(x)$ 를 대응시키는 새로운 함수 $f':x \rightarrow f'(x)$ 즉, $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ 가 존재한다. 이때, 함수 $f'(x)$ 를 $f(x)$ 의 도함수라 한다.

제시문 4

$f(x) = x|x|$ 라고 하자.

수학 1-i <제시문 4>에서 주어진 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 미분가능함을 논술하시오.

수학 1-ii 제시문들을 이용하여 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 를 구하시오.

수학 1-iii 제시문들을 이용하여 함수 $f'(x)$ 의 $x=0$ 에서의 연속성을 조사하시오.

수학 1-iv 제시문들을 이용하여 함수 $f'(x)$ 의 $x=0$ 에서의 미분가능성을 조사하시오.

수학 2

다음 <제시문 1> ~ <제시문 3>을 읽고 [수학 2-i]과 [수학 2-ii]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

제시문 1

두 초점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ 으로부터 거리의 합이 $2a$ 인 타원의 방정식은

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ (단, } a > b > 0, \ b^2 = a^2 - c^2 \text{)이다.}$$

제시문 2

두 초점 $F(0, c)$, $F'(0, -c)$ 으로부터 거리의 합이 $2b$ 인 타원의 방정식은

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ (단, } b > a > 0, \ a^2 = b^2 - c^2 \text{)이다.}$$

제시문 3

<제시문 1>과 <제시문 2>에서 주어진 타원의 넓이(타원으로 둘러싸인 부분의 넓이)는 $ab\pi$ 이다.

수학 2-i 두 타원 $16x^2 + 9y^2 = 25$ 와 $9x^2 + 16y^2 = 25$ 가 만나는 점들로 이루어진 사각형의 넓이를 구하시오

수학 2-ii [수학 2-i]에서 얻어진 사각형에 외접하는 모든 타원은 넓이가 2π 보다 크다. 이를 논증하시오.

물리 I

다음 <제시문 1> ~ <제시문 2>를 읽고 [물리 I - i]와 [물리 I - ii]를 문항별로 풀이와 함께 답하되 반드시 제시한 방법을 따르시오.

제시문 1

전기에서 단위 시간당 전환된 전기에너지를 전력이라고 하며, 이는 전기적 일률에 해당한다. 일률에 시간을 곱하면 전달된 총에너지가 된다. 전력은 전압과 전류의 곱으로 표시된다. 송전선의 저항은 전압이나 전류와 관계없이 주어진 값인데, 저항에 의해 시간당 열로 사라지는 전기에너지는 전류의 제곱과 저항의 곱으로 결정된다.

제시문 2

어떤 물질 1kg을 1K 올리는 데 필요한 열에너지를 비열이라고 한다. 따라서 열에너지가 전달되면 열에너지를 비열과 질량의 곱으로 나눈 값만큼 온도가 상승한다.

물리 I - i 발전소에서 생산된 전기에너지는 송전선을 통해 가정으로 공급된다. 같은 전력을 송전할 경우 우리나라처럼 220V로 송전하는 경우와 일본처럼 110V로 송전하는 경우를 비교했을 때, 어느 쪽이 송전선에서 소모되는 전력을 얼마나 낮출 수 있을지 설명하시오.

물리 I - ii 저항을 가진 코일을 이용하여 간단한 전열기를 만들 수 있다. 저항 420Ω 인 코일로 이루어진 전열기를 이용하여 물을 끓이려고 한다. 만약 코일에 흐르는 전류가 1A로 일정하게 유지되며, 코일에서 생성된 열에너지가 모두 물을 끓이는 데 사용된다고 하면, 상온(300K)의 물 100 g이 끓을 때까지 걸리는 시간은 몇 초인가? (단, 물의 비열은 $C=4200 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ 이며, 끓는 온도는 373K이다.)

물리 II

다음 <제시문 1> ~ <제시문 2>를 읽고 [물리 II - i]와 [물리 II - ii]를 문항별로 풀이와 함께 답하되 반드시 제시한 방법을 따르시오.

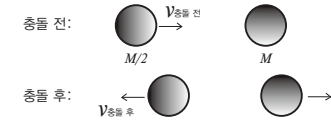
제시문 1

빛의 속도에 비해 대단히 느린 물체의 운동량과 운동에너지는 각각 질량과 속도의 곱 그리고 질량과 속도의 제곱의 곱을 반으로 나눈 값을 갖는다. 완전 탄성 충돌 과정에서 운동량과 운동에너지는 모두 보존된다.

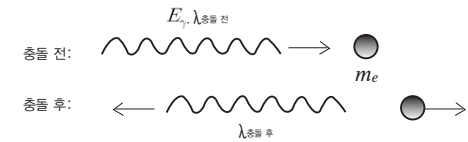
제시문 2

질량이 m 이고, 운동량이 p 인 입자의 에너지는 특수 상대성 이론의 에너지 운동량 관계식으로부터 $E=(p^2c^2+m^2c^4)^{1/2}$ 이다. 광자의 경우는 질량이 0이므로 에너지는 운동량과 광속도의 곱과 같다. 정지 상태 물체의 에너지는 질량과 광속도의 제곱과 같다. 양자 물리에서 에너지는 플랑크 상수와 진동수의 곱으로 결정된다.

물리 II - i 질량 M 인 정지한 물체와 완전 탄성 충돌하여 반대 방향으로 되튀겨 나오는 질량 $M/2$ 인 물체의 운동에너지는 충돌 전과 비교하여 몇 배가 되는지 설명하시오. [단, 물체의 속력은 빛의 속력에 비해 매우 느리다($v \ll c$).]



물리 II - ii 정지해 있는 질량 m_e 인 전자와 탄성 충돌한 후 반대 방향으로 되튀겨 나오는 광자에 대해 생각해 보자. 만약 충돌 전 광자의 에너지가 전자의 정지질량 에너지의 1/2과 같았다면($E_\gamma = \frac{1}{2}m_e c^2$), 충돌 후 광자의 진동수는 충돌 전과 비교하여 몇 배가 되는지 설명하시오.



화학 I

다음 <제시문 1> ~ <제시문 3>을 읽고 [화학 I-i]과 [화학 I-ii]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

제시문 1

분자의 구조는 분자를 이루는 원자의 종류와 수에 따라 달라진다. 3개의 원자가 결합한 분자에서 중심 원자와 다른 두 원자가 이루는 각을 결합각이라고 한다. 전자쌍 반발 이론은 중심 원자를 둘러싸고 있는 전자쌍들의 정전기적 반발력이 최소가 되도록 가능한 한 멀리 떨어지려는 방향으로 배치된다는 것이다.

제시문 2

루이스는 화학 결합을 나타내기 위해서 원자들의 원자가 전자를 점으로 나타내는 방법을 이용하였는데, 이것을 루이스 전자점식이라고 한다. 원자의 최외각 전자 껍질에 존재하는 원자가 전자 중에서 쌍을 이루지 않는 전자를 홀전자라고 하는데, 원자들이 공유결합을 할 때에는 홀전자들이 전자쌍을 이루어 공유 전자쌍을 만든다. 전자가 쌍을 이루고 있으나 공유결합에 참여하지 않는 전자쌍은 비공유 전자쌍이라고 한다

제시문 3

두 원자가 전자를 동등하게 제공하여 이루어지는 결합과는 달리, 한쪽 원자에서만 1개의 전자쌍을 일방적으로 제공하여 이루어지는 결합이 있다. 공유되는 전자쌍을 한쪽 원자에서만 제공하여 이루어진 결합을 배위결합이라고 한다.

화학 I - i 삼플루오린화 붕소(BF₃)는 암모니아 분자와 배위결합을 한다. 삼플루오린화 붕소가 배위결합을 이루기 전과 후의 결합각 변화를, 전자쌍 반발 이론과 루이스 전자점식을 이용하여 논하시오.

화학 I - ii 탄산 이온(CO₃²⁻)의 루이스 구조식을 그리고 비공유 전자쌍이 몇 쌍인지 나타내시오. (단, 공명 구조는 고려하지 않는다.)

화학 II

다음 <제시문 1> ~ <제시문 4>를 읽고 [화학 II-i]과 [화학 II-ii]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

제시문 1

화학 반응이 일어날 때 반응 물질의 종류와 상태, 그리고 생성 물질의 종류와 상태가 같으면 각각의 반응에서 반응 경로에 관계없이 반응열의 총합은 일정하다. 이것을 헤스 법칙이라고 한다.

제시문 2

결합에너지는 일정한 온도와 압력의 기체 상태의 물질에서 1몰(mol)의 결합이 끊어질 때 흡수하는 에너지이다. 결합이 끊어질 때에는 결합에너지에 해당하는 만큼의 에너지를 흡수하고, 결합이 생성되면서 결합에너지만큼의 에너지가 방출되므로 그 차는 반응열에 해당된다.

즉, ‘반응열(ΔH) = 반응 물질의 결합에너지 총합 - 생성 물질의 결합에너지 총합’의 관계가 성립한다.

제시문 3

표준 몰 생성열(ΔH_f°)은 표준 상태의 원소로부터 특정 상태의 물질 1몰(mol)이 생성되는 반응의 에너지 변화를 의미한다.

제시문 4

어떤 반응이 자발적인지 아닌지를 판단하기 위해 깁스의 자유에너지 변화를 고려한다.

어떤 과정에 대한 자유에너지의 변화(ΔG)는 경로와 무관하다. 일정한 온도에서 일어나는 반응에 대한 자유에너지 변화는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

자유에너지 변화 = 엔탈피 변화 - (절대 온도 × 엔트로피 변화)

$\Delta G < 0$ 인 반응은 자발적, $\Delta G > 0$ 인 반응은 비자발적, $\Delta G = 0$ 이면 평형 상태이다.

화학 II - i 결합에너지를 이용하여, 다음 반응에서 온도 298K에서의 반응열을 예측하시오.

평균 단일 결합에너지 :

$$\Delta H_{\text{C-H}} = 413\text{kJ/mol}, \Delta H_{\text{Cl-Cl}} = 242\text{kJ/mol}, \Delta H_{\text{C-Cl}} = 339\text{kJ/mol}, \Delta H_{\text{H-H}} = 436\text{kJ/mol},$$
$$\text{C}_3\text{H}_8(g) + \text{Cl}_2(g) \rightarrow \text{C}_3\text{H}_7\text{Cl}(g) + \text{H}_2(g)$$

화학 II - ii 다음의 열역학 자료를 이용하여 브롬(Br₂)의 정상 끓는점을 예측하시오. ΔH 와 ΔS 는 온도에 무관하다고 가정하시오.

	Br ₂ (l)	Br ₂ (g)
ΔH_f° , kJ/mol	0	30
S° , J/mol · K	145	245

생명과학 I

다음 <제시문 1> ~ <제시문 3>을 읽고 [생명과학 I - i]와 [생명과학 I - ii]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

제시문 1

세포분열은 생물이 번식하고 자라는 데 여러 가지 중요한 역할을 담당한다. 생물의 번식도 세포분열을 통해서 이루어진다. 정자, 난자와 같은 생식세포는 세포분열을 통해 만들어지며, 세포분열로 생긴 딸세포가 자라서 다시 분열을 끝마칠 때까지를 세포주기라 한다.

제시문 2

체세포분열은 핵분열과 세포질분열로 이루어진다. 핵분열은 연속적으로 일어나는 일련의 과정이지만 일반적으로 전기, 중기, 후기, 말기의 4단계로 구분된다. 전기에는 염색체가 실 모양으로 풀어져서 존재하다가 세포주기 전기에는 핵막과 인이 사라지고 염색체가 응축되기 시작한다. 세포의 양극에는 방추사가 나타나기 시작하고 방추사는 염색체의 동원체에 부착된다. 중기에는 염색체가 세포의 중앙에 배열한다. 후기에는 염색 분체가 분리되어 양극으로 이동한다. 말기에는 염색체가 풀어지고 핵막과 인이 다시 나타나며 세포질분열이 시작된다.

제시문 3

감수분열은 감수 1분열과 감수 2분열로 구분된다. 감수 1분열 전기에는 염색체가 응축되면서 상동염색체끼리 접합하여 2가 염색체를 형성한다. 중기에는 염색체가 세포 중앙에 배열되고, 후기에 상동염색체가 서로 분리되어 양극으로 이동한다. 말기에 세포질분열에 의해 형성된 딸세포는 상동염색체 중 하나씩만 가지므로 염색체 수가 반으로 줄어든다. 감수 2분열에서는 짧은 간기를 지나 중기로 들어가 염색체가 세포 중앙에 배열된다. 후기에는 염색 분체가 분리되어 양극으로 끌려가므로, 말기에는 염색체 수가 n개인 생식세포가 형성된다.

생명과학 I - i

노새는 암컷 말($2n=64$)과 수컷 당나귀($2n=62$) 사이에 태어난 잡종을 이르며 생식 능력을 가지지 못하여 자손을 낳지 못한다. 위 <제시문 2> 또는 <제시문 3>을 참조하여 노새가 생식 능력을 가지지 못하는 이유는 세포주기의 어느 단계에서 어떤 과정에 문제가 생겼기 때문인지 설명하시오.

생명과학 I - ii

염색체의 수 이상과 염색체 구조 이상에 의해 생기는 돌연변이를 염색체 돌연변이라고 한다. 하나의 염색체에는 수많은 유전자가 연관되어 있으므로 심각한 유전병이 나타나는 원인이 된다. 이 중 대표적인 것이 다운 증후군이다. 다운 증후군은 47개 염색체를 가지는 돌연변이이다. 위 <제시문 2> 또는 <제시문 3>을 참조하여 다운 증후군은 세포주기의 어느 단계에서 어떤 과정에 문제가 생겼기 때문인지 모든 가능성을 설명하시오.

생명과학 II

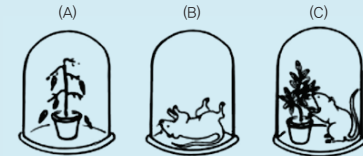
다음 <제시문 1> ~ <제시문 3>은 광합성 과정이 밝혀지기까지 오랜 기간에 걸쳐서 이루어진 몇 가지 중요한 실험 과정과 결과를 설명한 것이다. <제시문 1> ~ <제시문 3>을 읽고 [생명과학 II - i]와 [생명과학 II - ii]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

제시문 1

헬몬트는 화분에 버드나무를 심고 5년 동안 물만 주며 기른 후 흙과 버드나무의 무게를 측정한 결과 버드나무는 3kg에서 70kg으로 성장한 반면 흙의 무게는 거의 변화가 없었다. 이 실험을 근거로 헬몬트는 버드나무는 흙에서 양분을 흡수하여 자라는 것이 아니라 물을 흡수하여 자란다고 결론을 내렸다.

제시문 2

프리스틀리는 아래 그림과 같은 종 모양의 유리관에 식물만 넣거나(A) 또는 쥐만 넣어 두었음(B) 때는 오래 살지 못하지만, 식물과 쥐를 함께 넣어 두고(C) 햇빛을 비추어 주면 식물과 쥐가 모두 오래 사는 것을 발견하였다. 이 실험 결과는 광합성에서 산소가 발생하고 이산화탄소가 소비된다는 것을 암시하였다.



제시문 3

소쉬르는 식물의 몸을 구성하는 탄소의 공급원을 밝히는 실험을 실시하였다. 일정 비율로 조성된 공기가 든 용기 속에 식물을 넣고 공기의 증감과 식물의 무게 증감을 조사한 결과 공기 중에 이산화탄소의 양은 줄고, 산소의 양은 증가하였으며, 식물의 무게가 증가한 양이 줄어든 이산화탄소 양보다 크다는 사실을 발견하였다.

생명과학 II - i

<제시문 2>에서 소개한 프리스틀리 실험에서 식물에 방사성 동위원소 ^{18}O 가 함유된 물(H_2O^{18})을 공급하였다. 식물에 공급한 물을 쥐가 직접 섭취할 수 없도록 쥐는 식물과 물리적으로 격리시켰다. 시간이 지난 후에 방사성 동위원소가 쥐의 몸 중에서 어디에서 검출되는지 광합성과 세포 호흡 과정을 나타내는 화학 반응식을 이용하여 설명하시오.

생명과학 II - ii

<제시문 2>에서 소개한 프리스틀리 실험을 다음 조건에서 수행하였다. 벼와 사탕수수의 두 종류의 식물을 각각 25°C 와 33°C 의 두 가지 온도 조건에서 실험할 경우 낮은 온도(25°C)와 높은 온도(33°C)에서 벼와 사탕수수 중 어느 식물이 쥐의 생존에 더 유리할지 근거를 제시하여 설명하시오.

2014학년도 모의논술 문제 해설

수학 I

문제 개요 및 주요 평가 항목

고등학교 수학과 교과 중 함수의 연속성, 미분가능성, 도함수 부분에서 출제되었다. 함수의 연속성과 미분가능성은 자연과학과 공학에서 요구되는 필수적인 수학적 요소이다. 본 문제는 수험생들이 함수의 연속성과 미분가능성의 정의, 그리고 도함수의 개념을 잘 이해하고 있는지 평가하고자 한다. 수험생이 함수의 연속성과 미분가능성의 개념에 대한 이해가 충분하다면 매우 쉽게 설명할 수 있는 문제들이다.

[수학 1- i] 함수의 미분가능성의 개념을 알고 있는지 평가하고자 한다.

[수학 1- ii] 도함수의 개념을 이해하고 있는지 평가하고자 한다.

[수학 1- iii] / [수학 1- iv] 도함수를 하나의 함수로 잘 이해하고, 함수의 연속성을 알고 있는가를 평가하고자 한다.

예시 답안

[수학 1- i]

〈제시문 4〉에서 주어진 함수 $f(x) = x|x|$ 는 〈제시문 2〉에 의하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0+h)-f(0)}{h}$ 이 존재함을 보이면 $x=0$ 에서 미분가능하다.

그런데 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0+h)-f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h|h|}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} |h| = 0$ 이므로

함수 $f(x) = x|x|$ 는 $x=0$ 에서 미분가능하다.

[수학 1- ii]

〈제시문 4〉에서 주어진 함수 $f(x) = x|x|$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f(x) = x|x| = \begin{cases} x^2 & (x \geq 0) \\ -x^2 & (x < 0) \end{cases} \text{ 또는 } f(x) = x|x| = \begin{cases} x^2 & (x > 0) \\ 0 & (x = 0) \\ -x^2 & (x < 0) \end{cases}$$

[수학 1- i]에서 $f'(0) = 0$ 임을 구하였으므로, $x \neq 0$ 인 경우에 $f'(x)$ 를 구하면 된다.

$x \neq 0$ 인 경우 $f(x) = x|x|$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f(x) = x|x| = \begin{cases} x^2 & (x > 0) \\ -x^2 & (x < 0) \end{cases}$$

$f(x) = x^2$ 일 때 $f'(x) = 2x$ 이고 $f(x) = -x^2$ 일 때 $f'(x) = -2x$ 이므로

〈제시문 3〉에서 주어진 도함수의 정의를 이용하면

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & (x > 0) \\ -2x & (x < 0) \end{cases} \text{ 또는 } f'(x) = x|x| = \begin{cases} 2x & (x > 0) \\ 0 & (x = 0) \\ -2x & (x < 0) \end{cases} \text{임을 알 수 있다.}$$

[수학 1- iii]

〈제시문 1〉을 이용하여 함수 $f'(x)$ 의 $x=0$ 에서의 연속성을 조사해 보면,

$$f'(x) = x|x| = \begin{cases} 2x & (x > 0) \\ 0 & (x = 0) \\ -2x & (x < 0) \end{cases} \text{이므로}$$

① $f'(0) = 0$ 이므로 $f'(x)$ 는 $x=0$ 에서 정의되어 있고

② $\lim_{x \rightarrow +0} f'(x) = \lim_{x \rightarrow +0} 2x = 0$ 이고 $\lim_{x \rightarrow -0} f'(x) = \lim_{x \rightarrow -0} -2x = 0$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$ 가 존재하며

③ $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = 0 = f'(0)$ 이다.

따라서 도함수 $f'(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.

[수학 1- iv]

$$f'(x) = x|x| = \begin{cases} 2x & (x > 0) \\ 0 & (x = 0) \\ -2x & (x < 0) \end{cases} \text{이므로 〈제시문 2〉에 의하여 } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(0+h)-f'(0)}{h} \text{의}$$

존재성에 의해 $x=0$ 에서 미분가능성이 결정된다.

$$\text{그런데 } \lim_{h \rightarrow +0} \frac{f'(0+h)-f'(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow +0} \frac{2h}{h} = \lim_{h \rightarrow +0} 2 = 2 \text{이고,}$$

$$\lim_{h \rightarrow -0} \frac{f'(0+h)-f'(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow -0} \frac{-2h}{h} = \lim_{h \rightarrow -0} -2 = -2 \text{이다.}$$

$$\text{따라서 } \lim_{h \rightarrow +0} \frac{f'(0+h)-f'(0)}{h} = 2 \neq -2 = \lim_{h \rightarrow -0} \frac{f'(0+h)-f'(0)}{h} \text{이므로}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(0+h)-f'(0)}{h} \text{는 존재하지 않고,}$$

따라서 〈제시문 2〉에 의하여 도함수 $f'(x)$ 는 $x=0$ 에서 미분가능하지 않다는 사실을 알 수 있다.

수학 2

문제 개요 및 주요 평가 항목

고등학교 수학과 교과 ‘이차곡선’ 중 타원에 관한 문제이다. 타원은 수학 및 여러 다른 분야에 많이 응용되고 있는 중요한 이차곡선이다. 근세의 천문학자이자 수학자인 케플러는 처음에는 행성이 원 운동을 할 것으로 생각하였으나 자료를 분석한 결과 태양계의 행성이 타원 궤도를 따라 움직인다는 것을 발견하였다.

본 문제는 수험생들이 타원에 대한 개념적인 이해를 바탕으로 주어진 문제를 수학적으로 표현하고 이를 적용해서 해결할 수 있는 능력을 평가하고자 한다.

[수학 2- i] 주어진 두 곡선(타원)의 교점을 구할 수 있는지 평가하고자 한다.

[수학 2- ii] 타원과 외접의 개념을 이해하고 있는지, 부등식을 문제 해결에 잘 적용할 수 있는지 평가하고자 한다.

예시 답안

[수학 2- i]

문제에서 주어진 두 타원의 방정식을 더하고 빼면 $\begin{cases} 25x^2 + 25y^2 = 50 \\ 7x^2 = 7y^2 \end{cases}$ 을 얻는다.

위의 두 식을 정리하면 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ x^2 = y^2 \end{cases}$ 이 되고, 따라서 $\begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = y^2 \end{cases}$ 이다.

위의 식에서 $x = \pm 1$, $y = \pm 1$ 을 얻는다.

그러므로 두 타원은 네 점 (1, 1), (1, -1), (-1, 1), (-1, -1)에서 만나고

사각형의 넓이는 $2 \times 2 = 4$ 이다.

별해

두 타원의 방정식은 x^2 과 y^2 을 서로 바꾼 식이므로 (a, b) 가 교점이라면 $a^2 = b^2$ 을 만족한다. 따라서 교점들은 $(\pm a, \pm a)$ 의 형태이다.

따라서 $16x^2 + 9y^2 = 25$ 에서 y^2 대신 x^2 을 대입하면 $16x^2 + 9x^2 = 25$ 를 얻고

이 식을 정리하면 $x^2 = 1$, 즉 $x = \pm 1$ 을 얻는다. 그러므로 $y = \pm 1$ 이다.

따라서 두 타원은 네 점 (1, 1), (1, -1), (-1, 1), (-1, -1)에서 만나고 사각형의 넓이는 $2 \times 2 = 4$ 이다.

[수학 2- ii]

〈제시문 1〉과 〈제시문 2〉에 의하여 일반적인 타원의 방정식은 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0, a \neq b$)임을 알 수 있다.

위의 타원이 [수학 2- i]에서 얻어진 사각형에 외접하므로 $(\pm 1, \pm 1)$ 을 지난다.

따라서 $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1$ 을 만족한다.

따라서 $\frac{a^2 + b^2}{a^2 b^2} = 1$ 이고, $a^2 + b^2 = a^2 b^2$ 을 얻을 수 있다.

이제 $a^2 > 0, b^2 > 0, a^2 \neq b^2$ 이므로 $\frac{a^2 + b^2}{2} > \sqrt{a^2 b^2} = ab$ 를 얻는다.

그런데 $a^2 + b^2 = a^2 b^2$ 이므로 위의 식은 $\frac{a^2 b^2}{2} > ab$ 와 동치이다.

따라서 $ab > 2$ 이다.

그런데 〈제시문 3〉에 의하여 타원의 면적은 $ab\pi$ 이므로 외접하는 모든 타원의 면적은 2π 보다 크다는 사실을 알 수 있다.

물리 I

문제 개요 및 주요 평가 항목

현대 사회에서 전력의 중요성은 더없이 크며, 그 효율적 사용을 위해서는 전력 손실을 최대한 줄일 필요가 있다. 〈제시문 1〉에서는 전력, 전류, 전압, 송전선의 저항으로부터 소실되는 에너지의 관계를 설명하고, 〈제시문 2〉에서는 전달된 열에너지가 비열과 질량을 가진 물체의 온도를 얼마나 변화시키는지 설명한다.

[물리 I - i] 발전소에서 발전된 전력을 손실이 적게 가정에 공급하기 위해서는 고압으로 승압 후 송전하는 것이 유리하다는 것을 〈제시문 1〉의 내용을 바탕으로 설명할 수 있는지 묻는다.

[물리 I - ii] 〈제시문 1〉에서 설명한 전기에너지와 〈제시문 2〉에서 설명한 열과 온도의 원리를 실제 물을 끓이는 상황에 적용하는 문제이다.

[물리 I - i]과 [물리 I - ii]는 고등학교 교육과정 ‘물리 I’의 범위에서 벗어나지 않는 평이한 문제이나, 단순 암기에 의해 답을 도출하는 것보다는 답을 구하기 위한 과정에서 사용하는 다양한 개념들을 얼마나 충실히 이해하고 있는지 판단하고자 한다.

예시 답안

[물리 I - i]

전력량이 P 로 일정할 때, 전압 V 를 n 배 하면, 〈제시문 1〉에서 제시된 $P = IV$ 로부터, 전류량은 $1/n$ 배가 된다. 그런데 송전선에서 소모되는 전력량은 〈제시문 1〉에서 제시된 바와 같이 전류량의 제곱에 비례하므로, $1/n^2$ 배가 된다. 따라서 220V로 송전하는 경우 110V인 경우에 비해 소모되는 전력량을 $1/4$ 로 줄일 수 있다.

[물리 I - ii]

〈제시문 1〉에서 전류량이 일정하게 유지될 때 t 초 동안 코일에서 생성되는 열에너지는 $I^2 R t$ 로 결정됨을 알 수 있다. 비열과 질량이 주어진 물체의 온도를 T 만큼 올리는 데 필요한 에너지는 CmT 와 같으므로(제시문 2), 결국 물이 끓을 때까지 필요한 시간은 $t = (CmT) / (I^2 R)$ 가 됨을 알 수 있으며, 따라서 물을 끓이는 데 걸리는 시간은

$$t = \frac{4200(\text{J/kg} \cdot \text{K}) \times 0.1(\text{kg})}{1(\text{A})^2 \times 420\Omega} \times (373 - 300)\text{K} = 73\text{s} \text{ 이 된다.}$$

물리 II

문제 개요 및 주요 평가 항목

물체의 산란 과정은 물질의 상호작용을 이해하는 데 결정적인 역할을 한다. <제시문 1>과 <제시문 2>는 각각 빛의 속도에 비해 매우 느리게 운동하는 경우와 빛과 같이 빠르게 움직이는 경우에 대해 운동량과 운동에너지를 상대성 원리를 적용하여 설명하고 완전 탄성 충돌 과정에서 운동량과 에너지가 보존됨을 설명한다.

[물리 II-i] / [물리 II-ii] 제시문에서 주어진 운동량과 에너지에 대한 관계 및 보존 법칙을 이용하여 각각 고전역학적인 완전 탄성 충돌 과정과 컴프턴 산란 과정에서 충돌 후 운동 상태를 예측해 낼 수 있는지 평가하고자 한다.

[물리 II-i]과 [물리 II-ii]는 모두 고등학교 '물리 II'의 범위에서 벗어나지 않도록 출제하였으나, 단순 암기에 의해 답을 도출하는 것보다는 답을 구하기 위한 과정에서 사용하는 다양한 개념들을 얼마나 충실히 이해하고 적용할 수 있는가를 평가한다.

예시 답안

[물리 II-i]

물체의 속도가 빛의 속도에 비해 매우 느리므로 상대성 이론의 효과는 무시할 수 있다.

<제시문 1>에서, 충돌 전과 후의 전체 운동량과 에너지는

$$\text{전} : p_{\text{전}} = \frac{M}{2} v_{\text{전}}, E_{\text{전}} = \frac{M}{4} v_{\text{전}}^2,$$

$$\text{후} : p_{\text{후}} = \frac{M}{2} (-v_{\text{후}}), E_{\text{후}} = \frac{1}{2} \left(\frac{M}{2} \right) v_{\text{후}}^2 + \frac{1}{2} M v^2 \text{이다.}$$

여기서 v 는 물체 M 의 충돌 후 속력이고, $v_{\text{전}}$, $v_{\text{후}}$ 는 충돌 전과 후 물체 $M/2$ 의 속력이다.

위 관계식과 <제시문 1>의 운동량과 에너지 보존 법칙을 이용하여, $v_{\text{전}}$ 과 $v_{\text{후}}$ 의 비율을 구하면, $v_{\text{후}}/v_{\text{전}} = 1/3$ 임을 알 수 있다.

따라서, 충돌 후 운동에너지는 처음 운동에너지의 $1/9$ 이 된다.

[물리 II-ii]

충돌 전과 후 전체 운동량과 에너지를 <제시문 2>에서 주어진 관계를 이용하여 구하면 각각 아래와 같다.

$$p_{\text{전}} = p_{\text{광자, 전}} = E_{\text{광자, 전}}/c, E_{\text{전}} = E_{\text{광자}} + E_{\text{전자}} = E_{\text{광자, 전}} + m_e c^2$$

$$p_{\text{후}} = p_e - p_{\text{광자, 후}}, E_{\text{후}} = E_{\text{광자, 후}} + (p_e^2 c^2 + m_e c^4)^{1/2}$$

여기서 전자의 충돌 후 운동량은 p_e 이다.

<제시문 1>에서 설명한 완전 탄성 충돌에서 운동량과 에너지가 보존된다는 원리를 이용하여, 광자의 충돌 전, 후의 에너지 비율을 구하면

$$\frac{E_{\text{광자, 후}}}{E_{\text{광자, 전}}} = \frac{m_e c^2}{2E_{\text{광자, 전}}} \left(1 + \frac{m_e c^2}{2E_{\text{광자, 전}}} \right)^{-1} \text{이다.}$$

이 식에 $E_{\text{광자, 전}} = \frac{1}{2} m_e c^2$ 을 대입하고, <제시문 2>에서 설명한 광자의 진동수와 에너지가 비례하다는 사실을 이용하

면, 진동수의 비율은 $f_{\text{후}}/f_{\text{전}} = E_{\text{광자, 후}}/E_{\text{광자, 전}} = 1/2$ 이다.

화학 I

문제 개요 및 주요 평가 항목

고등학교 '화학 I'에서 기본적으로 다루어지고 있는 공유결합, 배위결합, 분자의 구조에 관련된 문제이다. 루이스 전자점식을 그릴 줄 알고, 2차 평면에서 그려진 화합물의 결합각을 전자쌍 반발 이론을 이용하여 3차원적으로 예측할 수 있는지 평가하고자 하였다. 또한 비공유 전자쌍의 개념을 정확히 이해하고, 옥텟 규칙을 이용하여 루이스 전자점식을 정확히 그릴 수 있는지 평가하고자 하였다.

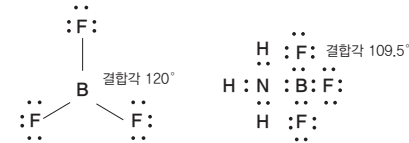
본 문제는 '화학 I'에서 다루는 간단한 기본 지식을 묻는 것으로 제시문을 읽고 이해할 수 있으면 쉽게 풀 수 있도록 평이하게 문제를 출제하였다.

예시 답안

[화학 I-i]

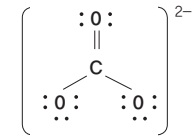
<제시문 1>과 <제시문 2>의 내용을 참조로 삼플루오린화 붕소는 결합 전에 다음과 같은 루이스 전자점식을 갖고, 최소의 정전기적 반발력이 되도록 결합전자쌍을 배치하면, 평면의 삼각형 구조이다. 따라서 결합각은 120° 이다.

<제시문 3>의 내용에 따르면, 암모니아 분자와 배위결합을 이룬 후의 루이스 전자점식은 다음과 같다. 최소의 정전기적 반발력이 되도록 결합전자쌍을 재배치하면, 정사면체 구조를 가지며, 결합각은 109.5° 이다.



[화학 I-ii]

<제시문 1>과 <제시문 2>의 내용을 참조로 탄산 이온의 루이스 구조식을 그리면 다음과 같고, 이때 비공유 전자쌍은 8개이다.



화학 II

문제 개요 및 주요 평가 항목

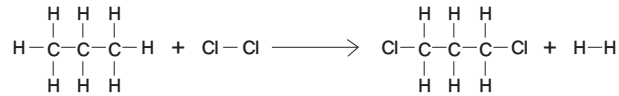
고등학교 교육과정 ‘화학 II’에서 기본적으로 다루어지고 있는 헤스의 법칙, 엔트로피와 무질서도, 자유에너지, 화학평형, 그리고 루이스 구조식에 관한 문제이다. 제시문을 이용하여, ‘화학 II’에서 다루는 관련 내용을 정리하도록 유도하였고, 주어진 정보를 이용하여 논리적으로 반응열과, 끓는점을 예측할 수 있는지 평가하고자 하였다.

‘화학 II’에서 다루는 간단한 기본 지식을 이해하고 있고, 기본적인 수리적 연산 능력이 있으면 쉽게 풀 수 있도록 평이하게 문제를 출제하였다.

예시 답안

[화학 II - i]

문제에서 주어진 반응을 루이스 구조식을 통해 그려 보면 다음과 같다.



〈제시문 1〉의 내용을 이해하면서 알짜 변화를 살펴보면, 두 개의 C-H결합과, 한 개의 Cl-Cl결합이 끊어지고, 두 개의 C-Cl결합과, 한 개의 H-H결합이 생성되었음을 알 수 있다.

〈제시문 2〉의 내용에 따라 이러한 변화만을 고려하여 계산을 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{반응열}(\Delta H) &= (2 \times 413 + 242) - (2 \times 339 + 436) \\ &= -46 \text{ kJ/mol} \end{aligned}$$

[화학 II - ii]

다음과 같은 Br₂의 변화 과정을 고려하면



정상 끓는점은 1기압 하에서 순수한 액체와 기체가 평형으로 존재하는 지점의 온도이다. 즉 끓는점은 액체와 기체가 평형으로 존재할 때의 온도이므로, 이 조건에서 $\Delta G = 0$ 이다. (〈제시문 4〉의 내용 참조)

따라서 $\Delta G = \Delta H - T \cdot \Delta S$ 의 관계식을 이용하여 정상 끓는점(T) 값을 계산할 수 있다.

〈제시문 3〉의 내용에 따라 다음과 같이 필요한 값들을 계산할 수 있다.

$$\Delta H = 30 - 0 = 30 \text{ kJ/mol}$$

$$\Delta S = 245 - 145 = 100 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$$

그런데 $\Delta G = 0$ 이므로, $\Delta H = T \cdot \Delta S$ 이고, 위에서 구한 ΔH , ΔS 를 각각 대입하면 $30 \text{ kJ/mol} = T \times 0.1 \text{ kJ/mol} \cdot \text{K}$ 이다.

따라서 T = 300K (또는 27℃)이다.

생명과학 I

문제 개요 및 주요 평가 항목

고등학교 교육과정 ‘생명과학 I’의 ‘세포와 생명의 연속성’ 단원은 세포분열과 유전 현상의 기본 개념을 다루고 있다. 세포분열은 모든 생명체의 자손 번식 및 생명체 유지에 필수적인 생명 현상이며, 이에 관한 지식을 기반으로 유전의 기본 원리 및 염색체 이상을 이해해야 한다.

본 문제는 우리가 일상에서 많이 접하는 친숙한 유전적 이상의 예(노새의 불임과 높은 빈도의 다운 증후군)를 세포분열 및 세포주기에 대한 지식으로 잘 이해하고 있는지 평가하는 문제이다. 세포분열 과정에서 체세포분열과 생식세포분열을 구분하여 잘 이해하고 있으면 쉽게 풀 수 있도록 평이하게 문제를 출제하였으며, 우리 주위에서 관찰할 수 있는 여러 자연현상들이 교과서에서 배우는 기본 지식으로 충분히 설명이 가능하다는 메시지를 전달하고자 하였다.

예시 답안

[생명과학 I - i]

노새는 정자의 형성이 정상적으로 이루어지지 못하므로 감수분열 과정의 이상에 의해 생식 능력을 갖지 못한다. 감수 1분열의 전기에는 염색체가 응축되면서 상동염색체끼리 결합하여 2가 염색체를 형성한다. (제시문 3)

노새는 말에게서 받은 32개의 염색체와 당나귀에게서 받은 31개의 염색체를 갖는다. 상동염색체끼리 결합이 정상적으로 일어나기 위해서는 동일한 숫자의 염색체를 가져야 하지만 노새는 홀수의 염색체를 가지므로 제1 감수분열 전기에서 상동염색체끼리 결합을 정상적으로 이루지 못하므로 정자를 만들 수 없기 때문에 생식 능력을 갖지 못한다. 이러한 이유로 서로 다른 종끼리의 생식이 이루어지지 않는다.

[생명과학 I - ii]

다운 증후군은 상염색체인 21번 염색체의 비분리 현상에 의해 나타나는 염색체 돌연변이이다. 감수분열이 정상적으로 진행될 경우 생식세포는 23개의 염색체를 가지며, 각각의 생식세포는 수정에 의해 46개의 염색체를 가지는 수정란이 된다. 그러나 감수 1분열 과정에서 상동염색체가 제대로 분리되지 않거나, 감수 2분열 과정에서 염색 분체가 제대로 분리되지 않으면, 정상보다 더 많은 수의 21번 염색체를 갖게 된다.

또한 드물기는 하지만 생식세포 형성 과정에서 21번 염색체의 전좌에 의해서 하나의 생식세포에 2개의 21번 염색체를 가지는 경우에도 다운 증후군이 발생할 수 있다.

생명과학 II

문제 개요 및 주요 평가 항목

고등학교 교육과정 ‘생명과학 II’의 ‘세포와 에너지’ 단원은 광합성과 세포 호흡의 기본 개념을 다루고 있다. 광합성은 지구상의 생태계가 유지될 수 있도록 유기물을 생산하는 기능을 하며, 세포 호흡은 모든 생명체가 에너지를 얻기 위한, 즉 생명체 유지에 필수적인 생명 현상이다.

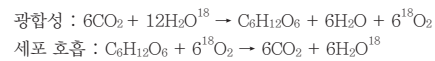
[생명과학 II - i] / [생명과학 II - ii] 유기물을 합성하는 광합성 과정과 유기물을 분해하는 세포 호흡 과정을 연관 지어 이해하고 있는지 묻는 문제이며, 이러한 지식을 우리가 일상에서 많이 접하는 친숙한 식물의 예(벼와 사탕수수)에도 적용하여 이해하고 있는지 평가하는 문제이다.

광합성과 세포 호흡을 화학 반응 수준에서 구분하여 잘 이해하고 있으면 쉽게 논술할 수 있도록 문제를 출제하였으며, 우리 주위에서 관찰할 수 있는 여러 자연현상들을 교과서에서 배우는 기본 지식으로 충분히 설명이 가능하다는 메시지를 전달하고자 하였다.

예시 답안

[생명과학 II - i]

〈제시문 1〉과 〈제시문 3〉에 나타난 헬몬트와 소쉬르의 실험 결과에서 알 수 있듯이 광합성은 이산화탄소와 물을 이용하여 당을 합성하는 과정이며, 세포 호흡은 당과 산소를 소비하여 에너지를 얻고 부산물로 이산화탄소와 물이 생성된다. 이 과정을 화학식으로 표현하면 아래와 같다.



광합성 과정에서 물은 분해되어 산소를 방출하므로 식물에 공급된 방사성 동위원소를 포함한 물은 최종적으로 방사성 동위원소를 포함한 산소로 공기 중에 방출된다. 이 산소를 쥐가 세포 호흡에 사용하면 쥐의 각 세포에서 산소는 미토콘드리아의 전자전달계에서 전자와 결합하여 최종적으로 물 분자를 생산한다. 따라서 쥐의 몸에 존재하는 물 분자에서 방사성 동위원소 성분이 검출된다.

[생명과학 II - ii]

사탕수수와 같은 열대 식물은 고온 건조한 환경에서 효율적으로 광합성을 할 수 있도록 광호흡을 줄이는 특수한 광합성 방법을 발달시켰다. 수수, 사탕수수, 옥수수와 같은 이러한 식물들 C4 식물이라 한다. 반면 벼를 포함한 대부분의 식물들은 대기 중의 이산화탄소를 고정하는 데 캘빈회로를 사용한다. 이들을 C3 식물이라 한다. 낮은 온도에서는 C3 식물이 상대적으로 더 높은 광합성 효율을 보이는 반면, 높은 온도에서는 C4 식물의 광합성이 더 효율적이다. 따라서 25°C에서는 벼가, 33°C에서는 사탕수수가 광합성에 효율적이며 껌의 생산에도 더 유리하다.

